

简明机械实用手册

杨晓辉 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书共由七篇构成,内容包括数学、物理和力学等理论基础知识,工程材料,制图、公差与配合及表面粗糙度等常用标准,机构与传动及机械零件等机械基础和设计资料,机械制造理论、工艺和检测等,流体力学、液压气动、泵和风机等流机机械,热力学与内燃机以及空调技术。既有理论知识和机械设计资料,又有生产现场操作指导,并收录了一些较成熟的新技术和现代加工方法。书中收录的标准和资料为最新的,叙述简明扼要,注重实际应用。

本书几乎涵盖了机械工程技术与设计的所有内容,是一部综合性的简明实用机械工程工具书。

本书主要是为从事机械工程的各层面人员,提供带有共性的基础理论知识、技术知识、常用基本数据和设计资料,在研究和处理本专业及相关专业的各种技术问题时,起备查、提示和启发作用。读者可以是初学者和中等技术人员,也可供机械类院校的师生参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

简明机械实用手册/杨晓辉主编. —北京:科学出版社,2006

ISBN 7-03-017173-X

I. 简… II. 杨… III. 机械学-手册 IV. TH11-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 040935 号

责任编辑:赵方青 崔炳哲 / 责任制作:魏 谨

责任印制:刘士平 / 封面设计:戴海燕

北京东方科龙图文有限公司 制作

<http://www.okbook.com.cn>

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 8 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2006 年 8 月第一次印刷 印张:36 1/2

印数:1—4 000

字数:1143 000

定 价:66.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

机械制造业是国民经济的基础性产业,也是国民经济的装备产业,承担着为国民经济各部门、各行业提供技术装备和生产工具的任务。它的发展直接影响到国民经济各部门的发展,也影响到国计民生和国防力量的加强。因此,机械制造已成为我国最重要的产业之一,在现代化建设中起着举足轻重的作用。从事机械制造业的工作人员,无论是管理人员、设计研究人员还是技术工人,都需要了解并掌握机械工程技术方面的知识。

本手册系统、全面地收录了与机械工程技术相关的基础理论知识、工程材料、机械基础知识、机械制造工艺和设计、流体力学及流体机械、热力学与内燃机以及空调技术。其内容不但综合性强、覆盖面广,而且系统全面、简明扼要;注重与机械工程技术实际相联系,从应用出发,加强基础理论内容,力求提供最新的技术知识和资料,以适应科学技术发展的需要。其特点如下:

(1) 主要是以图表的形式讲解知识,生动形象、简明扼要。

(2) 从实际应用出发,既有理论知识、机械设计资料,又有生产现场的操作指导。

(3) 近几年颁布的国家标准较多。本书基本上使用的是最新标准,对改动较大的新标准介绍得比较详细,如机械制图部分。

(4) 比较全面地收录了机械制造工艺和设计等方面的知识,包括成熟的新技术和现代加工方法,以适应当前新兴产业发展的需要。

(5) 覆盖面广,对流体机械、内燃机以及空调技术也给予了较详细的介绍。

(6) 各章节内容相对独立,可根据需要进行选择学习。

本手册主要是为从事机械制造业的各类人员,提供带有共性的基础性理论知识、技术知识和常用基本数据,在研究和处理本专业及相关专业的各种技术问题时,起到备查、提示和启发的作用。读者可以是初学者和中等技术人员,也可供机械类院校的师生参考学习。

本手册由沈阳工业大学组织编写,具体分工如下:

赵文珍、马正元任顾问。

杨晓辉主编,编写第 1 篇和第 6 篇的第 1~7 章、第 14 章。

李晨希编写第 2 篇。

刘杰编写第 3~5 篇和第 6 篇的第 8~13 章。

张瑞琳编写第 7 篇的第 1~5 章。

刘波编写第 7 篇的第 1、6、7 章。

在本手册的编写过程中,参考了许多同行编写的教材和手册,在此表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 篇 数学基础知识

第 1 章 代 数	3
1.1 恒等式	3
1.2 排列组合	3
1.3 二项式定理	4
1.4 指数、方根和复数	4
1.5 对 数	6
1.6 代数方程式	6
第 2 章 三角函数	8
2.1 角度表示	8
2.2 三角函数定义	8
2.3 三角函数曲线	8
2.4 三角函数之间的相互关系	9
2.5 和角公式	9
2.6 倍角公式	9
2.7 半角公式	10
2.8 函数求和与积的公式	10
2.9 三角形的性质	10
2.10 反三角函数	11
2.11 反三角函数的公式	11
第 3 章 级数和数列	13
3.1 指数函数的级数展开	13
3.2 对数函数的级数展开	13
3.3 三角函数和反三角函数的级数展开	14
3.4 数 列	14
第 4 章 微积分	15
4.1 导 数	15

4.2	微分公式	15
4.3	主要函数的导数	16
4.4	不定积分	16
4.5	积分公式	16
4.6	基本积分公式	17
4.7	有理函数积分公式	18
4.8	无理函数积分公式	18
4.9	三角函数积分公式	19
4.10	反三角函数积分公式	20
4.11	定积分一般公式	20
4.12	重要定积分	20
4.13	微分方程式	21
第5章	几 何	22
5.1	直 线	22
5.2	平面曲线	22
5.3	立 体	26
5.4	矢 量	27
第6章	运动学和力学	30
6.1	运动学	30
6.2	动力学	31
6.3	力的平衡条件	33
6.4	常用截面的几何及力学特性	36
6.5	摩擦力	36
第7章	材料力学	45
7.1	概 述	45
7.2	应力与应变	45
7.3	材料的力学性能	50
7.4	杆 件	53
7.5	梁	58
参考文献		67

第2篇 工程材料

第1章	概 述	71
1.1	工程材料	71

1.2	金属材料的一般性质	72
1.3	选材的一般原则	78
第 2 章	钢铁材料	79
2.1	钢铁材料的基本知识	79
2.2	铸 铁	90
2.3	铸 钢	96
2.4	碳素钢	99
2.5	合金钢	107
2.6	钢的选用	137
第 3 章	非铁金属材料	153
3.1	非铁金属材料基本知识	153
3.2	铜及铜合金	157
3.3	铝及铝合金	164
3.4	轴承合金	173
3.5	粉末冶金材料	177
3.6	其他金属及合金简介	180
第 4 章	非金属材料	184
4.1	橡 胶	184
4.2	工程塑料	191
4.3	工程陶瓷	202
4.4	润滑材料	205
参考文献		215

第 3 篇 常用基础标准

第 1 章	图样的基本规定	219
1.1	图纸幅面及格式	219
1.2	比 例	221
1.3	图线画法	221
第 2 章	图样画法	224
2.1	机械图样画法的分类	224
2.2	第一角投影法和第三角投影法	224
2.3	视 图	226
2.4	剖视图和断面图	228
2.5	局部放大图	238

2.6	简化画法	239
2.7	装配图中零、部件序号及其编排方法	248
2.8	棒材、型材及其断面的简化画法	250
2.9	焊缝表示法	252
第3章	特殊表示法	261
3.1	常见结构特殊表示法	261
3.2	常用件的特殊表示法	270
第4章	尺寸注法	287
4.1	一般规定	287
4.2	简化注法	290
4.3	优先数系和优先数	301
第5章	尺寸公差与配合	304
5.1	极限与配合	304
5.2	棱体与圆锥	317
5.3	圆锥公差与配合	322
第6章	形状和位置公差	332
6.1	概 述	332
6.2	形位公差符号与标注	333
6.3	形位公差的公差值	338
6.4	圆锥的形位公差注法	348
第7章	表面粗糙度	352
7.1	表面粗糙度的基本概念	352
7.2	表面粗糙度数值及其选用原则	353
7.3	表面粗糙度符号、代号及其注法	354
7.4	表面粗糙度的应用	358
参考文献		362

第4篇 机构与传动

第1章	平面连杆机构	365
1.1	平面四杆机构的应用和基本形式	365
1.2	平面四杆机构的基本知识	366
1.3	平面四杆机构的应用举例	368
1.4	平面四杆机构运动分析公式	370
1.5	平面四杆机构设计	372

第 2 章 凸轮机构	375
2.1 凸轮机构的应用和类型	375
2.2 从动件常用运动规律	378
2.3 凸轮轮廓曲线设计	383
2.4 盘形凸轮基圆半径的确定	386
2.5 凸轮材料和加工精度	388
第 3 章 齿轮传动	389
3.1 齿轮传动的基本知识	389
3.2 渐开线齿轮传动	392
3.3 圆锥齿轮传动设计计算	415
3.4 普通圆柱蜗杆传动	419
第 4 章 轮 系	430
4.1 轮系的分类与应用	430
4.2 定轴轮系的传动比	433
4.3 行星齿轮传动的传动比和啮合效率	434
4.4 行星齿轮传动中各轮齿数和行星轮个数的确定	438
4.5 行星齿轮传动的均载机构	439
第 5 章 带传动	440
5.1 概 述	440
5.2 带传动的种类和应用	441
5.3 V 带传动	442
5.4 平带传动	456
5.5 同步带传动	464
第 6 章 链传动	476
6.1 链传动的特点与应用	476
6.2 滚子链的基本参数和尺寸	478
6.3 滚子链传动的设计	480
6.4 滚子链链轮	483
6.5 链传动的布置与张紧	490
第 7 章 螺旋传动	494
7.1 螺旋传动的种类	494
7.2 滑动螺旋传动	494
7.3 滚动螺旋传动	500
参考文献	512

第5篇 机械零件

第1章 轴	515
1.1 概 述	515
1.2 轴的结构设计	516
1.3 轴的强度设计	521
1.4 轴的刚度设计	526
1.5 钢丝软轴	529
第2章 滚动轴承	533
2.1 概 述	533
2.2 滚动轴承的分类、代号与特性	533
2.3 滚动轴承的选用	538
2.4 滚动轴承的设计计算	542
2.5 滚动轴承的组合设计	547
2.6 轴承的配合	550
2.7 常用滚动轴承的基本尺寸和数据	554
第3章 滑动轴承	576
3.1 滑动轴承的类型、应用和基本知识	576
3.2 压力供油径向圆柱轴承	582
3.3 不充足供油径向轴承	588
第4章 联轴器、离合器和制动器	591
4.1 联轴器	591
4.2 离合器	605
4.3 制动器	620
第5章 螺纹和螺纹连接	626
5.1 螺纹的基础知识	626
5.2 普通螺纹的牙形及尺寸	628
5.3 管螺纹	636
5.4 梯形螺纹	645
5.5 锯齿形螺纹	650
5.6 螺纹零件的结构要素	654
5.7 螺纹连接的常用防松方法	657
5.8 螺纹连接的标准件	660

第 6 章 键连接与销连接	672
6.1 键连接的基本知识	672
6.2 花键连接的基本知识	676
6.3 销连接	680
第 7 章 铆钉连接	689
7.1 铆钉连接的基本知识	689
7.2 铆钉连接的结构设计和强度计算	689
7.3 铆 钉	691
第 8 章 弹 簧	694
8.1 螺旋弹簧的主要类型	694
8.2 弹簧的材料	696
8.3 压缩、拉伸弹簧设计	697
8.4 扭转弹簧	700
8.5 碟形弹簧的结构、特点和分类	701
8.6 碟形弹簧的设计	706
参考文献	709

第 6 篇 机械制造

第 1 章 概 述	713
1.1 机械制造的一般过程	713
1.2 不同生产类型的特点	718
第 2 章 铸 造	721
2.1 概 述	721
2.2 铸件的生产方法	722
2.3 模样与铸型	724
2.4 铸造设备	727
2.5 铸件的设计	728
2.6 熔炼、浇注和清理	732
2.7 铸件的缺陷	733
第 3 章 锻 造	735
3.1 概 述	735
3.2 锻造方法及应用	736
3.3 锻造的条件	741
3.4 锻造工具及设备	742

3.5 锻造零件的结构设计及缺陷分析	743
3.6 特种锻造	747
第4章 冲压及其他塑性成形方法	749
4.1 冲压成形的特点	749
4.2 冲压工艺	749
4.3 冲压设备及模具	756
4.4 冲压零件	758
4.5 特种成形	765
第5章 其他成形方法	768
5.1 烧结成形(粉末冶金与陶瓷成形)	768
5.2 工程塑料零件的结构	771
第6章 连接与切割	773
6.1 概 述	773
6.2 电弧焊	774
6.3 气 焊	778
6.4 电阻焊	779
6.5 其他压焊方法(固相连接)	780
6.6 钎焊与堆焊	783
6.7 焊接应力与变形	788
6.8 焊接件的结构	788
6.9 金属的焊接性与焊件缺陷分析	789
6.10 胶 接	791
6.11 切 割	795
第7章 表面技术	798
7.1 概 述	798
7.2 表面涂层技术	799
7.3 表面热处理	800
7.4 其他表面改性技术	801
第8章 金属切削原理	805
8.1 切削加工	805
8.2 切削刀具	808
8.3 金属切削层的变形	813
8.4 切削力	816
8.5 切削热和切削温度	819

8.6	刀具磨损和刀具寿命	821
8.7	材料的切削加工性	823
8.8	切削液	825
8.9	加工表面质量	826
8.10	切削用量的制定	829
8.11	磨 削	831
8.12	高速、超高速加工	842
第 9 章	钳 工	846
9.1	钳工基本操作方法	846
9.2	孔加工	852
9.3	螺纹加工	857
第 10 章	金属切削机床	859
10.1	概 述	859
10.2	机床主要参数	862
10.3	传动系统	863
10.4	主轴组件	867
10.5	支撑件和导轨	870
10.6	金属切削机床型号编制方法	878
第 11 章	机械加工	881
11.1	车削加工	881
11.2	铣削加工	900
11.3	刨削和插削	913
11.4	镗削加工	924
11.5	磨削加工	934
11.6	光整加工	946
11.7	齿形加工	962
11.8	零件机械加工结构工艺性	966
第 12 章	零件检测	970
12.1	测量的基本知识	970
12.2	常规检测	973
12.3	常用计量器具	988
第 13 章	特种加工	1002
13.1	特种加工及其应用	1002
13.2	电火花加工	1003

13.3	电解加工	1009
13.4	超声波加工	1013
13.5	激光加工	1014
13.6	电子束加工	1019
13.7	离子束加工	1021
13.8	等离子体加工	1023
13.9	化学加工	1024
13.10	电铸成形	1025
13.11	液力加工	1026
13.12	磨料喷射加工	1027
第 14 章	快速原型制造技术	1028
14.1	快速原型制造技术	1028
14.2	光敏液相固化法	1031
14.3	叠层实体制造	1032
14.4	选择性激光烧结法	1033
14.5	三维印刷	1035
14.6	熔丝沉积成形法	1036
参考文献		1037

第 7 篇 流体力学与热力学

第 1 章	基础知识	1041
1.1	基本概念和参数	1041
1.2	流体力学基础	1042
1.3	热力学基础	1053
第 2 章	液压传动	1061
2.1	概 述	1061
2.2	液压油	1062
2.3	液压泵	1063
2.4	液压基本回路	1066
2.5	液压缸	1079
2.6	液压控制阀	1082
2.7	液压辅件	1086
第 3 章	气压传动	1091
3.1	概 述	1091

3.2	气 缸	1092
3.3	气动控制阀	1095
3.4	气动基本回路	1097
3.5	气源装置及辅件	1099
3.6	常用液压与气动元件图形符号	1101
第 4 章	离心泵与轴流泵	1106
4.1	概 述	1106
4.2	离心泵	1107
4.3	轴流泵	1110
4.4	混流式泵	1111
4.5	旋涡泵	1111
4.6	几种主要泵型的选用	1111
第 5 章	风机和压缩机	1113
5.1	概 论	1113
5.2	离心式风机与离心式压缩机	1114
5.3	轴流式风机与轴流式压缩机	1116
5.4	容积式风机与容积式压缩机	1118
第 6 章	内燃机	1121
6.1	内燃机	1121
6.2	常用发动机	1135
第 7 章	制冷与空调	1139
7.1	制 冷	1139
7.2	制冷机	1143
7.3	空气调节技术	1146
参考文献		1149
附 录		1151

第 1 篇 数学基础知识

简明机械实用手册

- 第1章 代 数
- 第2章 三角函数
- 第3章 级数和数列
- 第4章 微积分
- 第5章 几 何
- 第6章 运动学和力学
- 第7章 材料力学

第 1 章 代 数

1.1 恒等式

$$(1) a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(2) a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(3) a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(4) a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}) \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(5) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(6) (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (bc+ad)x + bd$$

$$(7) (x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (bc+ca+ab)x + abc$$

$$(8) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(9) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(10) (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(11) (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(12) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab$$

$$(13) (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$$

1.2 排列组合

1. 阶 乘

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n \quad (0! = 1)$$

2. 排 列

从 m 个元素中取出 n ($n \leq m$) 个不同的元素,按一定的顺序排成一列,称为 n 排列,即

$$P_n^m = m(m-1)(m-2) \cdots (m-n+1) = \frac{m!}{(m-n)!} \quad (n \leq m)$$

3. 组合

从 m 个元素中取出 n ($n \leq m$) 个不同的元素, 不考虑其顺序时的所有数目, 等于 n 个连续自然数的乘积除以 n 的阶乘, 即

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{n!} = \frac{m[m-1][m-2]\cdots[m-n+1]}{n!} = \frac{m!}{n![m-n]!}$$

1.3 二项式定理

若 n 为正整数, 则

$$(a+b)^n = a^n + {}_nC_1 a^{n-1} b + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

上式称为二项式定理。

$$\begin{aligned} (1+x)^n &= 1 + nx + \frac{n[n-1]}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{n[n-1][n-2]}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \cdots \\ &\quad + \frac{n[n-1][n-2]\cdots[n-i+1]}{i!} x^i + \cdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{1}{1+x} &= (1+x)^{-1} \\ &= 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + x^{2i} - x^{2i+1} + \cdots \quad (|x| < 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{1}{1+x} &= (1+x)^{-1} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \cdots + \frac{1}{x^{2i-1}} - \frac{1}{x^{2i}} + \cdots \quad (|x| > 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \sqrt{1+x} &= (1+x)^{\frac{1}{2}} \\ &= 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \cdots \quad (|x| < 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad \frac{1}{\sqrt{1+x}} &= (1+x)^{-\frac{1}{2}} \\ &= 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \cdots \quad (|x| < 1) \end{aligned}$$

1.4 指数、方根和复数

将 n 个 a 相乘写成 a^n 的形式, 称为指数。 $a^0 = 1$ 。

$$(1) \quad (\pm a)^n = (\pm 1)^n a^n$$

$$(2) \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(3) a^m b^m = (ab)^m$$

$$(4) [a^m]^n = a^{mn}$$

$$(5) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(6) \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = \frac{1}{a^{m-n}}$$

$$(7) \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b} \right)^m$$

$$(8) a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$a^{\frac{1}{b}} = c$, 即 $a = c^{\frac{1}{b}}$ 时, 称 a 是 c 的 b 次方根, 写作 $a = \sqrt[b]{c}$ 。

$$(9) a^{\frac{m}{n}} = [\sqrt[n]{a}]^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$(10) \sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b}$$

$$(11) \sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$$

$$(12) \sqrt[m]{a} = \sqrt[m \cdot p]{a^{np}} = \sqrt[\frac{m}{q}]{a^{\frac{n}{q}}}$$

$$(13) \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$(14) \sqrt[m]{\sqrt[n]{a^{-n}}} = \sqrt[m]{a^{-1}}$$

$$(15) a^m \sqrt{b} = \sqrt{a^m b}$$

$$(16) \sqrt[m]{a} \sqrt[n]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^{m+n}}$$

$$(17) \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$$

$$(18) \sqrt{a} - \sqrt{b} = \pm \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$$

当 $a \geq b$ 时, 符号取 +;

当 $a < b$ 时, 符号取 -。

将 $\sqrt{-1}$ 称为虚数, 用 i 表示。

$$(19) \sqrt[2n]{+a} = \pm a^{\frac{1}{2n}}$$

$$(20) \sqrt[2n+1]{+a} = + a^{\frac{1}{2n+1}}$$

$$(21) \sqrt[2n+1]{-a} = - a^{\frac{1}{2n+1}}$$

$$(22) \sqrt[n]{-a} = \text{虚数, 没有实数根。将形式为 } a+bi \text{ 的数称为复数。}$$

$$(23) [a+bi] \pm [c+di] = [a \pm c] + [b \pm d]i$$

$$(24) [a+bi][c+di] = [ac-bd] + [bc+ad]i$$

$$(25) \frac{a+bi}{c+di} = \frac{[a+bi][c-di]}{[c+di][c-di]} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \quad (c+di \neq 0)$$

$$(26) [\cos \theta + i \sin \theta][\cos \theta_1 + i \sin \theta_1] = \cos[\theta + \theta_1] + i \sin[\theta + \theta_1]$$

$$(27) \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta_1 + i \sin \theta_1} = \cos[\theta - \theta_1] + i \sin[\theta - \theta_1]$$

$$(28) [\cos \theta + i \sin \theta]^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$(29) e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

1.5 对数

$b^a=c$ 时, 将 $a=\log_b c$ 称为以 b 为底的 c 的对数($c>0$)。以 10 为底的对数, 叫常用对数, 可以写成 $a=\lg c$ 。以 e 为底的对数叫自然对数, 可以写成 $a=\ln c$ ($e=2.718\ 281\ 828$)。常用对数与自然对数有如下关系:

$$\lg x = 0.434\ 294\ 482 \ln x$$

$$\ln x = 2.302\ 585\ 093 \lg x$$

下列等式对常用对数和自然对数都成立。

$$(1) \log(ab) = \log a + \log b$$

$$(2) \log\left[\frac{a}{b}\right] = \log a - \log b$$

$$(3) \log a^n = n \log a$$

$$(4) \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$$

$$(5) \log_b b = 1$$

$$(6) \log 1 = 0$$

$$(7) \log_b c \log_c d = \log_b d$$

$$(8) a^x = e^{x \log_e a}$$

1.6 代数方程式

1. 一次方程式

$$ax+b=0 \text{ 时, } x=-\frac{b}{a}。$$

2. 联立一次方程式

$$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{bc'-b'c}{ab'-a'b}, y=\frac{ca'-c'a}{ab'-a'b}$$

3. 二次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0) \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$D=b^2-4ac$ 叫判别式。 $\begin{cases} \text{当 } D>0 \text{ 时, 有相异的两个实根;} \\ \text{当 } D=0 \text{ 时, 有相等的实根;} \\ \text{当 } D<0 \text{ 时, 有相异的两个虚根。} \end{cases}$

第 2 章 三角函数

2.1 角度表示

将圆一周的角度定义为 360° 或 2π 弧度(rad)。

$$2\pi\text{rad}=360^\circ$$

$$1\text{rad}=360^\circ/2\pi=57^\circ 17' 45''$$

$$\theta_{\text{rad}}=[n^\circ/180^\circ]\pi, n^\circ=180^\circ[\theta/\pi]$$

2.2 三角函数定义

三角形如图 2.1 所示。

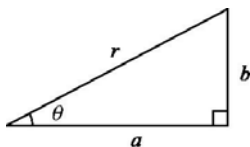


图 2.1 三角形

$$\sin\theta=\frac{b}{r}, \cos\theta=\frac{a}{r}, \tan\theta=\frac{b}{a},$$

$$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}=\frac{r}{a}, \operatorname{cosec}\theta=\frac{1}{\sin\theta}=\frac{r}{b},$$

$$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}=\frac{a}{b}$$

2.3 三角函数曲线

$\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 曲线如图 2.2 所示。 $\tan\theta$ 和 $\cot\theta$ 曲线如图 2.3 所示。

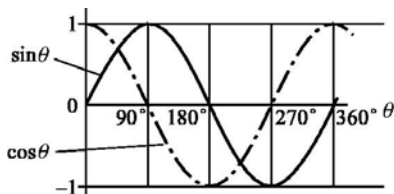


图 2.2 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 曲线

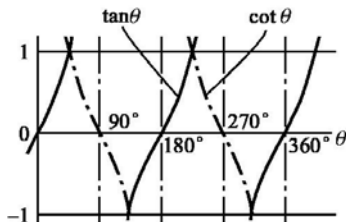


图 2.3 $\tan\theta$ 和 $\cot\theta$ 曲线

2.4 三角函数之间的相互关系

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

(2) 用 $\sin \theta$ 表示:

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}, \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

(3) 用 $\cos \theta$ 表示:

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}, \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}}{\cos \theta}$$

(4) 用 $\tan \theta$ 表示:

$$\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$$

2.5 和角公式

$$(1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$(2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$(3) \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(4) \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \mp \cot \beta}{1 \pm \cot \alpha \cot \beta}$$

2.6 倍角公式

$$(1) \sin(2\alpha) = 2\sin \alpha \cos \alpha, \quad \sin \alpha = 2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$(2) \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$(3) \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}, \quad \tan \alpha = \frac{2\tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$(4) \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

$$(5) \cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

$$(6) \tan 3\alpha = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha}$$

2.7 半角公式

$$(1) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{2}}, \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}}$$

$$(2) \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}}, \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}$$

$$(3) \tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}}, \quad \tan \alpha = \sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}}$$

2.8 函数求和与积的公式

$$(1) \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$(2) \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(3) \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(4) \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$(5) \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$(6) \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$(7) \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

2.9 三角形的性质

在三角形 ABC (图 2.4) 中, a, b, c 分别为三角形的边长, α, β, γ 分别为三角形各顶角, 设 $s = (a + b + c) / 2$, 则有

$$(1) \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$(2) \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = R \quad (R \text{ 为外接圆的直径})(\text{正弦比})$$

$$(3) \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bccos\alpha, b^2 = a^2 + c^2 - 2accos\beta, \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2abcos\gamma \end{aligned}$$

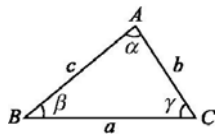


图 2.4 三角形 ABC

$$(4) \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}},$$

$$\sin \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ac}},$$

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

$$(5) \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}, \cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}, \cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

$$(6) \tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \tan \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}},$$

$$\tan \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

$$(7) \begin{aligned} \text{三角形面积 } S &= \frac{1}{2} bcsin\alpha = \frac{1}{2} casin\beta = \frac{1}{2} absin\gamma \\ &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \end{aligned}$$

2.10 反三角函数

若表示角 θ 与 a 的函数关系为 $\sin\theta=a$ ($-1\leq a\leq 1$), 已知 a , 求角 θ , 则将 $\theta=\arcsin a$ (或用 $\theta=\arctan a$ 表示) 称为反三角函数。实际上, 满足上式的 θ 值有无限个。

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}, \quad -1 \leq a \leq 1$$

$$0 \leq \arccos a \leq \pi, \quad -1 \leq a \leq 1$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arctan a \leq \frac{\pi}{2}, \quad -\infty \leq a \leq \infty$$

2.11 反三角函数的公式

$$(1) \arcsin a = \arccos \sqrt{1-a^2} = \arctan \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$(2) \arccos a = \arcsin \sqrt{1-a^2} = \arctan \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$$

$$(3) \arctan a = \arcsin \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{a}$$

$$(4) \arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}$$

$$(5) \arcsin[-a] = -\arcsin a$$

$$(6) \arccos[-a] = \pi - \arccos a$$

$$(7) \arctan[-a] = -\arctan a$$

$$(8) \arcsin x \pm \arcsin y = \arcsin \left[x \sqrt{1-y^2} \pm y \sqrt{1-x^2} \right] \\ \left[\text{当 } -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \pm \arcsin y \leq \frac{\pi}{2} \text{ 时} \right]$$

$$(9) \arccos x \pm \arccos y = \arccos \left[xy \mp \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2} \right] \\ \left[\text{当 } 0 \leq \arccos x \pm \arccos y \leq \pi \text{ 时} \right]$$

$$(10) \arctan x \pm \arctan y = \arctan \left[\frac{x \pm y}{1 \mp xy} \right] \\ \left[\text{当 } -\frac{\pi}{2} < \arctan x \pm \arctan y < \frac{\pi}{2} \text{ 时} \right]$$

第 3 章 级数和数列

3.1 指数函数的级数展开

$$(1) e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{(n-1)!} + \cdots = 2.718\,281\,82$$

$$(2) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + \cdots$$

$$(3) a^x = 1 + \frac{\ln a}{1!} x + \frac{(\ln a)^2}{2!} x^2 + \frac{(\ln a)^3}{3!} x^3 + \cdots + \frac{(\ln a)^{n-1}}{(n-1)!} x^{n-1} + \cdots$$

3.2 对数函数的级数展开

$$(1) \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \cdots$$

($-1 < x \leq 1$)

$$(2) \ln\left[\frac{1}{1+x}\right] = -x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n} + \cdots$$

($-1 < x \leq 1$)

$$(3) \ln\left[\frac{1+x}{1-x}\right] = 2\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \cdots\right] \quad (-1 < x < 1)$$

$$(4) \ln x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \cdots + \frac{1}{(2n-1)}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2n-1} + \cdots\right]$$

($x > 0$)

$$(5) \ln(a+x) = \ln a + 2\left[\frac{x}{2a+x} + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2a+x}\right)^3 + \cdots + \frac{1}{2n-1}\left(\frac{x}{2a+x}\right)^{2n-1} + \cdots\right] \quad (a > 0, x > -a)$$

3.3 三角函数和反三角函数的级数展开

$$(1) \sin \alpha = \frac{\alpha}{1!} - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \cdots + (-1)^{n+1} \frac{\alpha^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots \quad (-\infty < \alpha < \infty)$$

$$(2) \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \cdots + (-1)^n \frac{\alpha^{2n}}{(2n)!} + \cdots \quad (-\infty < \alpha < \infty)$$

$$(3) \arctan \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3} + \frac{\alpha^5}{5} - \frac{\alpha^7}{7} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{\alpha^{2n-1}}{2n-1} + \cdots \quad (-1 \leq \alpha \leq 1)$$

3.4 数 列

1. 等差数列

第 i 项和第 $i+1$ 项的差相等的数列称为等差数列,将这个差称为公差,用 d 表示。

等差数列的 n 相和为

$$\begin{aligned} & a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + \cdots + [a + (n-1)d] \\ &= na + \frac{n(n-1)d}{2} \end{aligned}$$

2. 等比数列

第 i 项和第 $i+1$ 项的比相等的数列称为等比数列,将这个比称公比,用 r 表示。

等比数列的 n 相和为

$$a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} = \frac{a[1-r^n]}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

第 4 章 微积分

4.1 导 数

若 x 的函数 $y=f(x)$, x 的增量 Δx , 则 y 的增量 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$, $\Delta y/\Delta x$ 的极限为

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

把上式用 dy/dx 表示, 称此为导数。

4.2 微分公式

u, v 分别为函数, a 为常数, 有

$$(1) \frac{d}{dx}[a+u] = \frac{du}{dx}$$

$$(2) \frac{d}{dx}[au] = a \frac{du}{dx}$$

$$(3) \frac{d}{dx}[u \pm v] = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$(4) \frac{d}{dx}[uv] = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$$

$$(5) \frac{d}{dx}\left[\frac{u}{v}\right] = \left[v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}\right] \frac{1}{v^2}$$

$$(6) y=f(u), u=\varphi(x), \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(7) y=f(x), x=\varphi(y), \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = 1 / \frac{dx}{dy}$$

$$(8) x=\varphi(t), y=\psi(t), \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = \frac{d\psi/dt}{d\varphi/dt}$$

4.3 主要函数的导数

$$(1) \frac{d}{dx} [x^n] = nx^{n-1}$$

$$(2) \frac{d}{dx} [\sqrt{x}] = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$(3) \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{x} \right] = -\frac{1}{x^2}$$

$$(4) \frac{d}{dx} [e^x] = e^x$$

$$(5) \frac{d}{dx} [a^x] = a^x \ln a$$

$$(6) \frac{d}{dx} [\ln x] = \frac{1}{x}, \frac{d}{dx} [\log_a x] = \frac{1}{x} \log_a e$$

$$(7) \frac{d}{dx} [\sin x] = \cos x$$

$$(8) \frac{d}{dx} [\cos x] = -\sin x$$

$$(9) \frac{d}{dx} [\tan x] = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(10) \frac{d}{dx} [\arcsin x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(11) \frac{d}{dx} [\arccos x] = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(12) \frac{d}{dx} [\arctan x] = \frac{1}{1+x^2}$$

4.4 不定积分

若 $F(x)$ 的导数为 $f(x)$, 则称 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数。 $f(x)$ 的所有原函数称为 $f(x)$ 的不定积分, 记作 $\int f(x) dx$ 。 $\int f(x) dx = F(x) + C$, C 为积分常数。

4.5 积分公式

$$(1) \int a u dx = a \int u dx$$